

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:

ФИО: Исаев Игорь Магомедович

Должность: Проректор по учебной работе

Дата подписания: 25.08.2023 14:54:59

Уникальный идентификатор документа:

d7a26b9e8ca85e98ec3de2eb454b4659d061f249

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»**

## Рабочая программа дисциплины (модуля)

### Методы оптимизации

Закреплена за подразделением

Кафедра инженерной кибернетики

Направление подготовки

01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Профиль

Алгоритмы и методы наукоемкого программного обеспечения

Квалификация **Бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **4 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 144

Формы контроля в семестрах:

в том числе:

экзамен 6

аудиторные занятия 68

самостоятельная работа 40

часов на контроль 36

#### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	6 (3.2)		Итого	
	18			
Неделя	УП	РП	УП	РП
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	34	34	34	34
Лабораторные	34		34	
Итого ауд.	68	68	68	68
Контактная работа	68	68	68	68
Сам. работа	40	40	40	40
Часы на контроль	36	36	36	36
Итого	144	144	144	144

Программу составил(и):

*ст.преп., Пышняк Марина Олеговна*

Рабочая программа

**Методы оптимизации**

Разработана в соответствии с ОС ВО:

Самостоятельно устанавливаемый образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» по направлению подготовки 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА (приказ от 02.04.2021 г. № 119 о.в.)

Составлена на основании учебного плана:

01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА, 01.03.04-БПМ-23.plx Алгоритмы и методы наукоемкого программного обеспечения, утвержденного Ученым советом НИТУ МИСИС в составе соответствующей ОПОП ВО 22.06.2023, протокол № 5-23

Утверждена в составе ОПОП ВО:

01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА, Алгоритмы и методы наукоемкого программного обеспечения, утвержденной Ученым советом НИТУ МИСИС 22.06.2023, протокол № 5-23

Рабочая программа одобрена на заседании

**Кафедра инженерной кибернетики**

Протокол от 23.06.2021 г., №11

Руководитель подразделения Ефимов А.Р.

**1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ**

1.1	Формирование у учащихся компетенций в соответствии с учебным планом, а именно изучение студентами наиболее известных и часто используемых на практике методов поиска экстремума функции конечного числа переменных, обсуждение вычислительных аспектов, а также областей применимости методов.
-----	--

**2. МЕСТО В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Блок ОП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Математическое моделирование
2.1.2	Основы теории информации и автоматов
2.1.3	Основы электротехники и электроники
2.1.4	Современные технологии разработки мобильных приложений
2.1.5	Теория систем автоматического управления
2.1.6	Теория случайных процессов
2.1.7	Функциональный анализ
2.1.8	Численные методы
2.1.9	Алгоритмы дискретной математики
2.1.10	Математика
2.1.11	Операционные системы и среды
2.1.12	Разработка клиент-серверных приложений
2.1.13	Сетевые технологии
2.1.14	Учебная практика по ознакомлению с технологиями разработки наукоемкого ПО
2.1.15	Учебная практика по ознакомлению с технологиями разработки робототехнических и киберфизических систем
2.1.16	Базы данных
2.1.17	Комбинаторика и теория графов
2.1.18	Технологии программирования
2.1.19	Физика
2.1.20	Компьютерная и инженерная графика
2.1.21	Объектно-ориентированное программирование
2.1.22	Основы дискретной математики
2.1.23	Введение в специальность
2.1.24	Вычислительные машины, сети и системы
2.1.25	Программирование и алгоритмизация
2.1.26	Специальные главы математики для Computer Science
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Введение в разработку приложений дополненной и виртуальной реальностей
2.2.2	Нейронные сети
2.2.3	Облачные технологии
2.2.4	Обработка естественного языка
2.2.5	Обучение с подкреплением
2.2.6	Программирование роботов II
2.2.7	Системный анализ и принятие решений
2.2.8	Системы автоматизированного проектирования
2.2.9	Экспертные и рекомендательные системы
2.2.10	Глубокое обучение
2.2.11	Динамика и управление движением робототехнических систем
2.2.12	Искусственный интеллект и мультиагентные системы
2.2.13	Киберфизические системы
2.2.14	Параллельные вычисления
2.2.15	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы
2.2.16	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы
2.2.17	Преддипломная практика для апробации темы выпускной квалификационной работы

2.2.18	Преддипломная практика для апробации темы выпускной квалификационной работы
2.2.19	Системы обеспечения информационной безопасности и блокчейн
2.2.20	Современные инструменты DevOps
2.2.21	Специальные главы баз данных

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ФОРМИРУЕМЫМИ КОМПЕТЕНЦИЯМИ

<b>ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике</b>	
<b>Знать:</b>	
ОПК-1-31 современный математический аппарат в научно-исследовательской деятельности	
<b>ОПК-4: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности, разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения, выбирать и применять методики проектирования и актуальные инструментальные средства разработки</b>	
<b>Знать:</b>	
ОПК-4-31 наиболее часто используемые методы решения задач оптимизации, а также современные пакеты, содержащие их реализацию	
<b>ПК-4: Способен выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, применять современный математический аппарат</b>	
<b>Знать:</b>	
ПК-4-31 основные постановки задач оптимизации, их физический смысл	
<b>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, умение анализировать процессы и системы с использованием соответствующих аналитических, вычислительных и экспериментальных методов, применять системный подход для решения поставленных задач</b>	
<b>Знать:</b>	
УК-1-31 существующие математические и компьютерные методы для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач оптимизации в области фундаментальной и прикладной математики	
<b>Уметь:</b>	
УК-1-У1 применять существующие математические и компьютерные методы для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач в области фундаментальной и прикладной математики	
<b>ОПК-4: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности, разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения, выбирать и применять методики проектирования и актуальные инструментальные средства разработки</b>	
<b>Уметь:</b>	
ОПК-4-У1 классифицировать рассматриваемые задачи оптимизации для дальнейшего успешного применения пакетов программ	
<b>УК-2: Способен собирать и интерпретировать данные и определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений, умение обосновывать принятые решения</b>	
<b>Уметь:</b>	
УК-2-У1 классифицировать задачи конечномерной оптимизации, а также определять наиболее удачный для соответствующего класса метод решения задач оптимизации	
<b>ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике</b>	
<b>Уметь:</b>	
ОПК-1-У1 понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат	
<b>ПК-4: Способен выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, применять современный математический аппарат</b>	
<b>Уметь:</b>	
ПК-4-У1 распознавать задачу оптимизации, а также сводить некоторые классы задач к задачам конечномерной оптимизации	
<b>Владеть:</b>	
ПК-4-В1 основными постановками задач оптимизации, а также методами их решения	

<b>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, умение анализировать процессы и системы с использованием соответствующих аналитических, вычислительных и экспериментальных методов, применять системный подход для решения поставленных задач</b>
<b>Владеть:</b>
УК-1-В1 существующими математическими и компьютерными методами для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач в области фундаментальной и прикладной математики
<b>ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике</b>
<b>Владеть:</b>
ОПК-1-В1 современным математическим аппаратом в достаточной для понимания, а также для разработки методов решения задач оптимизации мере
<b>ОПК-4: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности, разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения, выбирать и применять методики проектирования и актуальные инструментальные средства разработки</b>
<b>Владеть:</b>
ОПК-4-В1 основными пакетами программ реализующих наиболее часто применяющие методы решения задач конечномерной оптимизации

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Формируемые индикаторы компетенций	Литература и эл. ресурсы	Примечание	КМ	Выполняемые работы
	<b>Раздел 1. Методы оптимизации</b>							
1.1	Постановка задач поиска экстремума, минимизации и максимизации функции на множестве. Теоремы Вейерштрасса о существовании и достижении точной нижней и верхней граней функции на множестве, сходимости минимизирующей и максимизирующей последовательностей. /Лек/	6	2	ОПК-1-31 ПК-4-31	Л1.1Л2.2			
1.2	Классический метод поиска экстремумов функции на всем пространстве, необходимые и достаточные условия экстремума в терминах первых и вторых производных /Лек/	6	2	ОПК-1-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			
1.3	Постановка задачи поиска условного экстремума с ограничениями типа равенств и неравенств, необходимые условия экстремума в терминах первых производных в виде вариационного неравенства; /Лек/	6	2	ОПК-1-31 ПК-4-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			
1.4	Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств. Метод штрафных функций численного решения задач поиска условного экстремума. /Лек/	6	4	ОПК-1-31 ОПК-4-31 ПК-4-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			

1.5	Выпуклые и сильно выпуклые функции, их свойства; метрическая проекция точки на множество, ее свойства; выпуклые задачи минимизации, правило множителей Лагранжа для выпуклых задач, теорема Куна-Таккера /Лек/	6	4	ОПК-1-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			
1.6	Градиентный метод и метод скорейшего спуска; метод проекции градиента; метод условного градиента; классический метод Ньютона и метод Ньютона с переменным шагом; метод покоординатного спуска, метод переменной метрики, как обобщение методов, основанных на спуске в направлениях, определяемых градиентом (градиентного, метода Ньютона); квазиньютоновские методы /Лек/	6	12	УК-1-31 ОПК-1-31 ОПК-4-31 ПК-4-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			
1.7	Постановка общей и канонической задач линейного программирования, геометрический метод решения задач линейного программирования размерности два. Симплекс-метод для решения канонической задачи линейного программирования. /Лек/	6	6	ОПК-4-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			
1.8	Методы решения неустойчивых задач оптимизации /Лек/	6	2	УК-2-У1 ОПК-4-31	Л1.1Л2.2 Л2.3			
1.9	Постановка задач поиска экстремума, минимизации, максимизации функции на множестве. Теоремы Вейерштрасса о существовании и достижении точной нижней грани функции на множестве, сходимости минимизирующих последовательностей; /Пр/	6	2	ОПК-1-У1 ОПК-1-В1 ОПК-4-У1 ОПК-4-В1	Л1.1Л2.1			
1.10	Классический метод поиска экстремумов функции на всем пространстве, необходимые и достаточные условия экстремума в терминах первых и вторых производных /Пр/	6	4	ОПК-1-У1 ОПК-4-У1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3			

1.11	Постановка задачи поиска условного экстремума с ограничениями типа равенств и неравенств, необходимые условия экстремума в терминах первых производных в виде вариационного неравенства; Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств /Пр/	6	8	ОПК-1-31 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1 ОПК-4-У1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3			
1.12	Выпуклые и сильно выпуклые функции, их свойства; метрическая проекция точки на множество, ее свойства; Выпуклые задачи минимизации, правило множителей Лагранжа для выпуклых задач, теорема Куна-Таккера /Пр/	6	8		Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3			
1.13	Градиентный метод и метод скорейшего спуска, метод проекции градиента; метод условного градиента; классический метод Ньютона и метод Ньютона с переменным шагом /Пр/	6	4	УК-1-31 УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-4-У1 ОПК-4-В1 ПК-4-31 ПК-4-У1 ПК-4-В1	Л1.1Л2.1 Л2.2			
1.14	Геометрический метод решения задач линейного программирования размерности два. Поиск угловых точек в задачах произвольной размерности. Симплекс-метод для решения задачи линейного программирования. /Пр/	6	6	ПК-4-В1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3			
1.15	Методы решения неустойчивых задач оптимизации /Пр/	6	2	ПК-4-У1 ПК-4-В1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3			
1.16	Классический метод решения задач оптимизации. Правило множителей Лагранжа для решения задач оптимизации при наличии ограничений. /Ср/	6	4	ПК-4-У1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1			
1.17	Задачи выпуклой оптимизации /Ср/	6	2	УК-2-У1 ОПК-1-У1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1			
1.18	Методы оптимизации /Ср/	6	15	ПК-4-У1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1			
1.19	Задачи линейного программирования. Симплекс-метод. /Ср/	6	13	ОПК-4-У1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1			
1.20	Методы регуляризации /Ср/	6	6	ОПК-4-У1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3			

**5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

### 5.1. Вопросы для самостоятельной подготовки к экзамену (зачёту с оценкой)

Вопросы для проведения промежуточной аттестации в форме устного экзамена

ОПК-4-31 наиболее часто используемые методы решения задач оптимизации, а также современные пакеты, содержащие реализацию

1. Постановка общей и канонической задач линейного программирования, доказательство их эквивалентности общей задаче линейного программирования. Геометрический метод решения задач линейного программирования размерности 2, примеры.
2. Определение угловой точки канонического множества. Алгебраический критерий угловой точки. Примеры.
3. Симплекс-метод для решения канонической задачи линейного программирования. Описание метода, явные формулы для перехода от одной угловой точки к другой. Симплекс-таблица и ее пересчет. Критерии останова работы метода. Примеры.
4. Градиентный метод и метод скорейшего спуска. Оценка скорости сходимости для сильно выпуклых функций. Метод скорейшего спуска для квадратичных функционалов, явные расчетные формулы для шага спуска.
5. Метод проекции градиента. Оценка скорости сходимости метода проекции градиента с постоянным шагом для сильно выпуклых функций.
6. Метод условного градиента. Оценка скорости сходимости для выпуклых функций.
7. Классический метод Ньютона. Оценка скорости сходимости для сильно выпуклых функций

ОПК-1-31 современный математический аппарат в научно-исследовательской деятельности

1. Постановка задач поиска экстремума, минимизации, максимизации функции на множестве. Определения точной нижней и точной верхней грани функции  $f(x)$  на множестве  $X$ , точки локального минимума (максимума), точки глобального минимума (максимума). Примеры.
2. Определения внешней, внутренней, граничной, предельной точки множества  $X$ . Определения замкнутого, ограниченного, выпуклого множества. Определение функции, непрерывной, полунепрерывной снизу, полунепрерывной сверху на множестве  $X$  функции. Определение минимизирующей последовательности. Теоремы Вейерштрасса о существовании и достижении точной нижней грани функции  $f(x)$  на множестве  $X$ , сходимости минимизирующих последовательностей.
3. Классический метод поиска экстремумов функции  $f(x)$  в евклидовом пространстве. Определения первой и второй производной функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума в терминах первых и вторых производных. Примеры.

УК-6-31 классификацию задач оптимизации, а также идейные и эвристические соображения, лежащие в основе методов решения задач оптимизации

1. Постановка задачи поиска условного экстремума. Необходимые условия экстремума в терминах первых производных в виде вариационного неравенства.

УК-1-31 существующие математические и компьютерные методы для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач оптимизации в области фундаментальной и прикладной математики

1. Квазиньютоновские методы решения задач оптимизации.

ПК-4-31 основные постановки задач оптимизации, их физический смысл

1. Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств. Формулировка необходимых условий экстремума, формулировка и доказательство достаточных условий экстремума. Примеры.
2. Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств. Формулировка необходимых условий экстремума, формулировка и доказательство достаточных условий экстремума. Примеры.
3. Метод штрафных функций численного решения задач поиска условного экстремума. Определение штрафной функции, схема метода, доказательство его сходимости. Примеры.
4. Доказательство необходимых условий экстремума для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.
5. Выпуклые функции. Критерии выпуклости первого и второго порядка. Теорема о локальном минимуме выпуклой функции. Условие оптимальности для дифференцируемого функционала в форме вариационного неравенства.
6. Сильно выпуклые функции. Критерии сильной выпуклости первого и второго порядка.
7. Лемма о свойствах множества Лебега. Теорема Вейерштрасса о существовании решения задачи минимизации сильно выпуклой полунепрерывной снизу функции на выпуклом замкнутом множестве.
8. Проекция точки на множество. Существование и единственность проекции на выпуклое замкнутое множество. Существование условий выпуклости и замкнутости. Характеристическое свойство проекции. Свойство нестрогой сжимаемости оператора проектирования. Проекционная форма критерия оптимальности. Примеры вычисления проекций.
9. Выпуклые задачи минимизации. Правило множителей Лагранжа для выпуклых задач. Теорема Куна-Таккера. Регулярность задачи, достаточное условие регулярности Слейтера.



**5.2. Перечень работ, выполняемых по дисциплине (модулю, практике, НИР) - эссе, рефераты, практические и расчетно-графические работы, курсовые работы, проекты и др.**

Самостоятельная работа № 1 (ОПК-4-У1, ОПК-1-У1, ОПК-1-В1)

В конечномерном пространстве  $R^n$  поставлена задача минимизации без ограничений

$$J(u) \rightarrow \inf, \quad u \in R^n. \quad (1)$$

Найдите первую производную  $J'(u)$  и вторую производную  $J''(u)$ . Исследуйте функцию  $J(u)$  на выпуклость и сильную выпуклость. Найдите нижнюю грань функции  $J$ , множество оптимальных решений  $U$  и оптимальное решение  $u^*$  с минимальной нормой.

Самостоятельная работа № 2 (ОПК-4-В1, УК-6-У1, УК-6-В1, УК-1-У1, УК-1-В1)

Примените к задаче минимизации функции (1) метод скорейшего спуска из заданной начальной точки  $u^0$ . Определите, будет ли полученная на первом шаге точка оптимальным решением задачи (1).

Самостоятельная работа № 3 (ПК-4-У1, ПК-4-В1)

В пространстве  $R^n$  задано множество

$$U = \{u \in R^n \mid g(u) \leq 0\}. \quad (3)$$

Исследуйте множество  $U$  на выпуклость, замкнутость, ограниченность и компактность. Покажите, что задача минимизации функции  $J(u)$  с ограничением (3) регулярна и решите ее с помощью правила множителей Лагранжа, взяв (в силу регулярности)  $\lambda_0 = 1$ . Найдите нижнюю грань функции  $J$ , множество оптимальных решений  $U$  и значение множителя Лагранжа  $\lambda$ , отвечающего за ограничение (3).

Самостоятельная работа № 4 (ПК-4-У1, ПК-4-В1)

Поставьте двойственную к (1), (3) задачу максимизации

$$\psi(\lambda) \rightarrow \sup, \quad \lambda \in \Lambda. \quad (4)$$

Приведите явные выражения для функции  $\psi(\lambda)$  и множества  $\Lambda$ . Найдите верхнюю грань и множество оптимальных решений  $\Lambda$  двойственной задачи (4).

### 5.3. Оценочные материалы, используемые для экзамена (описание билетов, тестов и т.п.)

Экзаменационный билет состоит из трех теоретических вопросов и одной задачи.

Список вопросов для экзамена:

1. Постановка задач поиска экстремума, минимизации, максимизации функции  $f(x)$  на множестве. Определения точной нижней и точной верхней грани функции  $f(x)$  на множестве  $X$ , точки локального минимума (максимума), точки глобального минимума (максимума). Примеры.
2. Определения внешней, внутренней, граничной, предельной точки множества  $X$ . Определения замкнутого, ограниченного, выпуклого множества. Определение функции, непрерывной, полунепрерывной снизу, полунепрерывной сверху на множестве  $X$  функции. Определение минимизирующей последовательности. Теоремы Вейерштрасса о существовании и достижении точной нижней грани функции  $f(x)$  на множестве  $X$ , сходимости минимизирующих последовательностей.
3. Классический метод поиска экстремумов функции  $f(x)$  на пространстве  $E_n$ . Определения первой и второй производной функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума в терминах первых и вторых производных. Примеры.
4. Постановка задачи поиска условного экстремума. Необходимые условия экстремума в терминах первых производных в виде вариационного неравенства.
5. Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств. Формулировка необходимых условий экстремума, формулировка и доказательство достаточных условий экстремума. Примеры.
6. Правило множителей Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств. Формулировка необходимых условий экстремума, формулировка и доказательство достаточных условий экстремума. Примеры.
7. Метод штрафных функций численного решения задач поиска условного экстремума. Определение штрафной функции, схема метода, доказательство его сходимости. Примеры.
8. Доказательство необходимых условий экстремума для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.
9. Выпуклые функции. Критерии выпуклости первого и второго порядка. Теорема о локальном минимуме выпуклой функции. Условие оптимальности для дифференцируемого функционала в форме вариационного неравенства.
10. Сильно выпуклые функции. Критерии сильной выпуклости первого и второго порядка.
11. Лемма о свойствах множества Лебега. Теорема Вейерштрасса о существовании решения задачи минимизации сильно выпуклой полунепрерывной снизу функции на выпуклом замкнутом множестве.
12. Проекция точки на множество. Существование и единственность проекции на выпуклое замкнутое множество. Существенность условий выпуклости и замкнутости. Характеристическое свойство проекции. Свойство нестрогой сжимаемости оператора проектирования. Проекционная форма критерия оптимальности. Примеры вычисления проекций.
13. Выпуклые задачи минимизации. Правило множителей Лагранжа для выпуклых задач. Теорема Куна-Таккера. Регулярность задачи, достаточное условие регулярности Слейтера.
14. Постановка общей и канонической задач линейного программирования, доказательство их эквивалентности общей задаче линейного программирования. Геометрический метод решения задач линейного программирования размерности 2, примеры.
15. Определение угловой точки канонического множества. Алгебраический критерий угловой точки. Примеры.
16. Симплекс-метод для решения канонической задачи линейного программирования. Описание метода, явные формулы для перехода от одной угловой точки к другой. Симплекс-таблица и ее пересчет. Критерии остановки работы метода. Примеры.
17. Градиентный метод и метод скорейшего спуска. Оценка скорости сходимости для сильно выпуклых функций. Метод скорейшего спуска для квадратичных функционалов, явные расчетные формулы для шага спуска.
18. Метод проекции градиента. Оценка скорости сходимости метода проекции градиента с постоянным шагом для сильно выпуклых функций.
19. Метод условного градиента. Оценка скорости сходимости для выпуклых функций.
20. Классический метод Ньютона. Оценка скорости сходимости для сильно выпуклых функций

### 5.4. Методика оценки освоения дисциплины (модуля, практики. НИР)

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае отсутствия знаний, отсутствия умений, отсутствия навыков

Оценка "удовлетворительно" ставится в случае фрагментарных знаний, а также наличия отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)

Оценка "хорошо" ставится в случае общих, но не структурированных знаний, а также, в целом, сформированных навыков, но используемых не в активной форме

Оценка "отлично" ставится в случае сформированных систематических знаний, а также сформированных навыков, применяемых при решении задач

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
---------------------	----------	------------	-------------------

	Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
Л1.1	Васильев Ф. П.	Методы оптимизации: учебник	Электронная библиотека	Москва: МЦНМО, 2011
Л1.2	Демидович Б. П.	Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие	Электронная библиотека	Москва: ЧеРо, 1997

### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
Л2.1	Летова Т. А., Пантелеев А. В.	Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие	Электронная библиотека	Москва: Логос, 2011
Л2.2	Казанская О. В., Юн С. Г., Альсова О. К.	Модели и методы оптимизации: учебное пособие	Электронная библиотека	Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2012
Л2.3	Ренин С. В., Ганелина Н. Д.	Методы оптимизации: сборник задач и упражнений	Электронная библиотека	Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Э1		<a href="https://lms.misis.ru/enroll/JMAKGB">https://lms.misis.ru/enroll/JMAKGB</a>
----	--	---

### 6.3 Перечень программного обеспечения

П.1	Python
П.2	MATLAB
П.3	Лицензии ПО Windows Server CAL ALNG LicSAPk MVL DvcCAL, ПО WinEDUA3 ALNG SubsVL MVL PerUsr и PerUsr

### 6.4. Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных

И.1	CuTest: C Unit Testing Framework <a href="http://cutest.sourceforge.net/">http://cutest.sourceforge.net/</a>
-----	--

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Ауд.	Назначение	Оснащение
Читальный зал электронных ресурсов		комплект учебной мебели на 55 мест для обучающихся, 50 ПК с доступом к ИТС «Интернет», ЭИОС университета через личный кабинет на платформе LMS Canvas, лицензионные программы MS Office, MS Teams, ESET Antivirus.
Б-902	Учебная аудитория	12 стационарных компьютеров (2 x core i5-3470 8gb RAM, 10 x ryzen5 2400g 32gb RAM), пакет лицензионных программ MS Office, демонстрационное оборудование: доска, проектор мультимедийный, комплект учебной мебели на 19 мест
Б-904а	Компьютерный класс	20 стационарных компьютеров (core i5-3470 8gb RAM), пакет лицензионных программ MS Office, демонстрационное оборудование: доска, проектор мультимедийный, экран, колонки, комплект учебной мебели
Б-907	Учебная аудитория	1 стационарный компьютер, пакет лицензионных программ MS Office, комплект учебной мебели на 42 посадочных места, демонстрационное оборудование: доска, проектор мультимедийный x 2, экран x 2, колонки

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Лекции и домашние задания <https://lms.misis.ru/enroll/JMAKGB>