

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:

ФИО: Исаев Игорь Магомедович

Должность: Проректор по безопасности и общим вопросам

Дата подписания: 25.04.2023 17:32:00

Уникальный программный ключ:

d7a26b9e8ca85e98ac3de2ab454b4659d961f749

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

## Рабочая программа дисциплины (модуля)

### Функциональный анализ

Закреплена за подразделением

Кафедра инженерной кибернетики

Направление подготовки

01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Профиль

Алгоритмы и методы наукоемкого программного обеспечения

Квалификация

**Бакалавр**

Форма обучения

**очная**

Общая трудоемкость

**4 ЗЕТ**

Часов по учебному плану

144

Формы контроля в семестрах:

в том числе:

экзамен 5

аудиторные занятия

68

самостоятельная работа

35

часов на контроль

41

#### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	5 (3.1)		Итого	
	Неделя			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	34	34	34	34
Практические	34	34	34	34
Итого ауд.	68	68	68	68
Контактная работа	68	68	68	68
Сам. работа	35	35	35	35
Часы на контроль	41	41	41	41
Итого	144	144	144	144

Программу составил(и):

*д.ф.-м.н., профессор, Ласурия Р.А.*

Рабочая программа

**Функциональный анализ**

Разработана в соответствии с ОС ВО:

Самостоятельно устанавливаемый образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» по направлению подготовки 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА (приказ от 02.04.2021 г. № 119 о.в.)

Составлена на основании учебного плана:

01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА, 01.03.04-БПМ-22.plx Алгоритмы и методы наукоемкого программного обеспечения, утвержденного Ученым советом ФГАОУ ВО НИТУ "МИСиС" в составе соответствующей ОПОП ВО 22.09.2022, протокол № 8-22

Утверждена в составе ОПОП ВО:

01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА, Алгоритмы и методы наукоемкого программного обеспечения, утвержденной Ученым советом ФГАОУ ВО НИТУ "МИСиС" 22.09.2022, протокол № 8-22

Рабочая программа одобрена на заседании

**Кафедра инженерной кибернетики**

Протокол от 30.06.2021 г., №8

Руководитель подразделения *д.ф.-м.н., профессор Давыдов А.А.*

**1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ**

1.1	Целью освоения дисциплины является сформировать у студентов необходимые знания основных понятий и методов функционального анализа. Научить оперировать понятиями функционального анализа. Развивать умения и навыки создания наглядных математических моделей средствами функционального анализа для описания тех или иных процессов, технических и технологических схем, с помощью которых возможно анализировать, прогнозировать и оптимизировать исследуемые процессы и схемы. Развить навыки использования современных вычислительных средств для решения научных и прикладных задач, связанных с профессиональной деятельностью.
-----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**2. МЕСТО В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Блок ОП:		Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
2.1.1	Алгоритмы дискретной математики	
2.1.2	Математика	
2.1.3	Основы теории информации и автоматов	
2.1.4	Учебная практика по ознакомлению с технологиями разработки наукоемкого ПО	
2.1.5	Учебная практика по ознакомлению с технологиями разработки робототехнических и киберфизических систем	
2.1.6	Комбинаторика и теория графов	
2.1.7	Технологии программирования	
2.1.8	Физика	
2.1.9	Инженерная компьютерная графика	
2.1.10	Объектно-ориентированное программирование	
2.1.11	Основы дискретной математики	
2.1.12	Введение в специальность	
2.1.13	Вычислительные машины, сети и системы	
2.1.14	Программирование и алгоритмизация	
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
2.2.1	Дискретные и нелинейные системы автоматического управления	
2.2.2	Имитационное моделирование	
2.2.3	Машинное обучение II	
2.2.4	Методы и средства обработки изображений	
2.2.5	Методы оптимизации	
2.2.6	Научно-исследовательская работа	
2.2.7	Научно-исследовательская работа	
2.2.8	Прикладной статистический анализ	
2.2.9	Производственная практика по освоению первичных навыков в области разработки наукоемкого ПО	
2.2.10	Производственная практика по освоению первичных навыков в области разработки робототехнических и киберфизических систем	
2.2.11	Фрактальный анализ	
2.2.12	Введение в разработку приложений дополненной и виртуальной реальностей	
2.2.13	Нейронные сети	
2.2.14	Обработка естественного языка	
2.2.15	Системный анализ и принятие решений	
2.2.16	Системы автоматизированного проектирования	
2.2.17	Экспертные и рекомендательные системы	
2.2.18	Глубокое обучение	
2.2.19	Динамика и управление движением робототехническими системами	
2.2.20	Искусственный интеллект и мультиагентные системы	
2.2.21	Параллельные вычисления	
2.2.22	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы	
2.2.23	Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы	
2.2.24	Преддипломная практика для апробации темы выпускной квалификационной работы	
2.2.25	Преддипломная практика для апробации темы выпускной квалификационной работы	

2.2.26	Системы обеспечения информационной безопасности и блокчейн
2.2.27	Специальные главы баз данных

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ФОРМИРУЕМЫМИ КОМПЕТЕНЦИЯМИ

**ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике**

**Знать:**

ОПК-1-31 фундаментальные понятия, факты и методы функционального анализа

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, умение анализировать процессы и системы с использованием соответствующих аналитических, вычислительных и экспериментальных методов, применять системный подход для решения поставленных задач**

**Знать:**

УК-1-31 предмет функционального анализа и его роль в изучении и создании математических моделей

**ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике**

**Уметь:**

ОПК-1-У1 аппроксимировать элементами подпространства, строить многочлен наилучшего приближения, находить нормы операторов и функционалов, строить математические модели, с помощью которых анализировать и прогнозировать различные технические и технологические схемы, а также информационные потоки, интерпретировать результаты

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, умение анализировать процессы и системы с использованием соответствующих аналитических, вычислительных и экспериментальных методов, применять системный подход для решения поставленных задач**

**Уметь:**

УК-1-У1 самостоятельно находить и пользоваться источниками необходимой информации, использовать электронные средства обучения и источники информации

**ОПК-1: Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике**

**Владеть:**

ОПК-1-В1 стандартными методами функционального анализа и их применением к решению прикладных задач, навыком математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации их решений, а также навыком применения математических моделей для анализа, прогнозирования и оптимизации исследуемых процессов и схем

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, умение анализировать процессы и системы с использованием соответствующих аналитических, вычислительных и экспериментальных методов, применять системный подход для решения поставленных задач**

**Владеть:**

УК-1-В1 навыком применения современных вычислительных средств для решения научных и прикладных задач, навыком использования электронных средств обучения и источников информации

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Формируемые индикаторы компетенций	Литература и эл. ресурсы	Примечание	КМ	Выполняемые работы
	Раздел 1. Метрические и линейные нормированные пространства.							

1.1	Предмет функционального анализа и его роль в изучении и создании математических моделей. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Понятие мощности множества. Счетные множества и основные теоремы о счетных множествах. Множества мощности континуума. Теорема Кантора-Бернштейна. Метрические пространства. Неравенство четырехугольника. Открытые и замкнутые множества. Замыкание. Полные метрические пространства. Сепарабельные метрические пространства. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
1.2	Сопряженные показатели. Неравенства Юнга, Гельдера и Минковского. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Основные нормированные пространства последовательностей и функций. Теорема о пополнении. Сепарабельность $C[a;b]$ . Теорема Чебышева о многочленах наилучшего приближения. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
1.3	Критерий полноты метрического пространства. Несчетность полного метрического пространства без изолированных точек. Теорема о сжимающих отображениях. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Компактные множества в метрическом пространстве. Критерий компактности. Свойства функций, непрерывных на компакте. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
1.4	Теорема об эквивалентности норм в конечномерном линейном нормированном пространстве. Критерий компактности в конечномерном линейном нормированном пространстве. Критерий компактности в $C[a;b]$ – теорема Арцела-Асколи. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			

1.5	Отыскание мощности множеств. Открытые и замкнутые множества и их свойства. Сфера и шар в метрическом пространстве. Сходящиеся и фундаментальные последовательности. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.6	Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Полные и неполные, сепарабельные и несепарабельные пространства функций и последовательностей. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.7	Эквивалентность норм в конечномерном линейном нормированном пространстве. Расстояние от точки до подпространства Пространство $L_1$ как результат пополнения $C_1[a;b]$ . Функции, интегрируемые по Лебегу. Интеграл Римана и интеграл Лебега. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.8	Контрольная работа № 1. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2		КМ1	
1.9	Проработка лекционного материала, выполнение индивидуального домашнего задания №1 "Метрические и линейные нормированные пространства", подготовка к контрольной работе №1. /Ср/	5	5	УК-1-31 УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-31 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
	<b>Раздел 2. Гильбертово пространство.</b>							
2.1	Пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши, норма. Непрерывность скалярного произведения. Теорема Пифагора и тождество параллелограмма. Гильбертово пространство. Аппроксимация элементами выпуклого множества в гильбертовом пространстве. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
2.2	Признак элемента наилучшего приближения (теорема Б. Лёви). Проекция на подпространство. Ортогональное дополнение и плотные подпространства. /Лек/	5	4	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			

2.3	Свойства ортогональных разложений. Неравенство Бесселя. Условие представимости любого элемента рядом Фурье и условие выполнения равенства Парсеваля. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
2.4	Пространство $l_2$ как пример гильбертова пространства, его сепарабельность. Пространства $C_2[a;b]$ и $L_2[a;b]$ . /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
2.5	Признак элемента наилучшего приближения (теорема Б. Лёви). Проекция на подпространство. Ортогональное дополнение и плотные подпространства. Свойства ортогональных разложений. Неравенство Бесселя. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
2.6	Условие представимости любого элемента рядом Фурье и условие выполнения равенства Парсеваля. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
2.7	Контрольная работа №2. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2		КМ2	
2.8	Проработка лекционного материала, выполнение индивидуального домашнего задания №2 "Гильбертово пространство", подготовка к контрольной работе №2. /Ср/	5	10	УК-1-31 УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-31 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
	<b>Раздел 3. Линейные непрерывные операторы и функционалы.</b>							

3.1	Ограниченность и непрерывность линейных операторов. Норма линейного оператора. Теорема о продолжении линейного оператора. Пространство линейных непрерывных операторов; теорема о его полноте. Сходимость последовательности линейных операторов. Теорема Банаха–Штейнгауза. Условие поточечной сходимости последовательности линейных операторов. /Лек/	5	4	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
3.2	Непрерывно обратимые операторы. Две теоремы об операторах, близких к непрерывно обратимым операторам. Теорема Хана–Банаха о продолжении линейного функционала. Теорема Ф.Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Сопряженное пространство и его полнота. Второе сопряжённое пространство, каноническое вложение; понятие о рефлексивном пространстве. /Лек/	5	4	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
3.3	Решение практических задач на нахождение нормы оператора. Непрерывно обратимые операторы. /Пр/	5	4	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
3.4	Линейные функционалы в гильбертовом пространстве. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
3.5	Контрольная работа № 3. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2		КМ3	
3.6	Проработка лекционного материала, выполнение индивидуального домашнего задания № 3 "Линейные непрерывные операторы и функционалы", подготовка к контрольной работе №3. /Ср/	5	10	УК-1-31 УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-31 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			Р3
	<b>Раздел 4. Самосопряженные операторы и их приложения.</b>							



4.1	Понятие сопряжённый оператора. Свойства самосопряженных операторов. Вполне непрерывные линейные операторы. Интегральные операторы. /Лек/	5	4	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
4.2	Существование ненулевого собственного значения у самосопряженного вполне непрерывного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта. /Лек/	5	4	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
4.3	Итоговая лекция. Подготовка к экзамену. /Лек/	5	2	УК-1-31 ОПК-1-31	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2			
4.4	Решение практических задач на нахождение нормы самосопряженного оператора. /Пр/	5	4	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
4.5	Решение практических задач на нахождение собственных значений оператора. /Пр/	5	4	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
4.6	Контрольная работа № 4. /Пр/	5	2	УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2		КМ4	
4.7	Проработка лекционного материала, выполнение индивидуального домашнего задания № 4, подготовка к экзамену /Ср/	5	10	УК-1-31 УК-1-У1 УК-1-В1 ОПК-1-31 ОПК-1-У1 ОПК-1-В1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2		КМ5	Р4

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

### 5.1. Контрольные мероприятия (контрольная работа, тест, коллоквиум, экзамен и т.п), вопросы для самостоятельной подготовки

Код КМ	Контрольное мероприятие	Проверяемые индикаторы компетенций	Вопросы для подготовки
--------	-------------------------	------------------------------------	------------------------

КМ1	Контрольная работа № 1.	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	<p>Метрические и линейные нормированные пространства.</p> <p>1. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Понятие мощности множества. Счетные множества и основные теоремы о счетных множествах. Множества мощности континуума. Теорема Кантора-Бернштейна.</p> <p>2. Аксиомы метрического пространства, неравенство четырехугольника. Шар и сфера, окрестности; сходящиеся и фундаментальные последовательности. Открытые и замкнутые множества, замыкание, всюду плотное множество, сепарабельные пространства. Полные метрические пространства, Теорема о пополнении метрического пространства.</p> <p>3. Сопряженные показатели. Неравенства Юнга, Гельдера, и Минковского, условия их обращения в равенство.</p> <p>4. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Основные нормированные пространства последовательностей и функций. Норма в этих пространствах. Свойства этих пространств: какие из них являются полными, т.е. банаховыми, какие сепарабельными? Пространства <math>L_p</math> как результат пополнения <math>C[a;b]</math>. Функции, интегрируемые по Лебегу, интеграл Римана и интеграл Лебега.</p> <p>5. Доказательство сепарабельности <math>C[a;b]</math>. Теорема Чебышева о многочленах наилучшего приближения.</p> <p>6. Критерий полноты метрического пространства. Несчетность полного метрического пространства без изолированных точек. Теорема о сжимающих отображениях. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.</p> <p>7. Компактные множества в метрическом пространстве. Критерий компактности. Свойства функций непрерывных на компакте.</p> <p>8. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном линейном нормированном пространстве. Критерий компактности в конечномерном ЛНП. Сфера, как пример ограниченного, замкнутого но не компактного множества в бесконечномерном ЛНП. Критерий компактности в теорема Арцела-Асколи.</p> <p>9. Расстояние от точки до подпространства. Теоремы о существовании и о единственности элемента наилучшего приближения.</p>
КМ2	Контрольная работа № 2.	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	<p>. Гильбертово пространство.</p> <p>1. Пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши, норма. Непрерывность скалярного произведения. Теорема Пифагора и тождество параллелограмма. Гильбертово пространство.</p> <p>2. Аппроксимация элементами выпуклого множества в гильбертовом пространстве.</p> <p>3. Признак элемента наилучшего приближения (теорема Б. Лёви).</p> <p>4. Проекция на подпространство. Ортогональное дополнение и плотные подпространства.</p> <p>5. Свойства ортогональных разложений. Неравенство Бесселя.</p> <p>6. Условие представимости любого элемента рядом Фурье и условие выполнения равенства Парсеваля.</p> <p>7. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.</p>

КМ3	Контрольная работа № 3.	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	<p>Линейные непрерывные операторы и функционалы.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Ограниченность и непрерывность линейных операторов. Норма линейного оператора. Теорема о продолжении линейного оператора.</li><li>2. Пространство линейных непрерывных операторов; теорема о его полноте. Сходимость последовательностей линейных операторов. Теорема Банаха–Штейнгауза. Условие поточечной сходимости последовательности линейных операторов.</li><li>3. Непрерывно обратимые операторы. Две теоремы об операторах, близких к непрерывно обратимым операторам.</li><li>4. Теорема Хана–Банаха о продолжении линейного функционала.</li><li>5. Теорема Ф.Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.</li><li>6. Сопряженное пространство и его полнота. Второе сопряжённое пространство, каноническое вложение; понятие о рефлексивном пространстве.</li></ol>
КМ4	Контрольная работа № 4.	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Сопряжённый оператор. Свойства самосопряженных операторов.</li><li>2. Вполне непрерывные линейные операторы. Интегральные операторы.</li><li>3. Существование ненулевого собственного значения у самосопряженного вполне непрерывного оператора.</li><li>4. Теорема Гильберта-Шмидта.</li></ol>

КМ5	Экзамен	ОПК-1-31;ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-31;УК-1-У1;УК-1-В1	<p>Раздел 1. Метрические и линейные нормированные пространства.</p> <p>1. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Понятие мощности множества. Счетные множества и основные теоремы о счетных множествах. Множества мощности континуума. Теорема Кантора-Бернштейна.</p> <p>2. Аксиомы метрического пространства, неравенство четырехугольника. Шар и сфера, окрестности; сходящиеся и фундаментальные последовательности. Открытые и замкнутые множества, замыкание, всюду плотное множество, сепарабельные пространства. Полные метрические пространства, Теорема о пополнение метрического пространства.</p> <p>3. Сопряженные показатели. Неравенства Юнга, Гельдера, и Минковского, условия их обращения в равенство.</p> <p>4. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Основные нормированные пространства последовательностей и функций. Норма в этих пространствах. Свойства этих пространств: какие из них являются полными, т.е. банаховыми, какие сепарабельными? Пространства <math>L_p</math> как результат пополнения <math>C[a;b]</math>. Функции, интегрируемые по Лебегу, интеграл Римана и интеграл Лебега.</p> <p>5. Доказательство сепарабельности <math>C[a;b]</math>. Теорема Чебышева о многочленах наилучшего приближения.</p> <p>6. Критерий полноты метрического пространства. Несчетность полного метрического пространства без изолированных точек. Теорема о сжимающих отображениях. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.</p> <p>7. Компактные множества в метрическом пространстве. Критерий компактности. Свойства функций непрерывных на компакте.</p> <p>8. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном линейном нормированном пространстве. Критерий компактности в конечномерном ЛНП. Сфера, как пример ограниченного, замкнутого но не компактного множества в бесконечномерном ЛНП. Критерий компактности в теорема Арцела-Асколи.</p> <p>9. Расстояние от точки до подпространства. Теоремы о существовании и о единственности элемента наилучшего приближения.</p> <p>Раздел 2. Гильбертово пространство.</p> <p>1. Пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши, норма. Непрерывность скалярного произведения. Теорема Пифагора и тождество параллелограмма. Гильбертово пространство.</p> <p>2. Аппроксимация элементами выпуклого множества в гильбертовом пространстве.</p> <p>3. Признак элемента наилучшего приближения (теорема Б. Лёви).</p> <p>4. Проекция на подпространство. Ортогональное дополнение и плотные подпространства.</p> <p>5. Свойства ортогональных разложений. Неравенство Бесселя.</p> <p>6. Условие представимости любого элемента рядом Фурье и условие выполнения равенства Парсевала.</p> <p>7. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.</p> <p>Раздел 3. Линейные непрерывные операторы и функционалы.</p> <p>1. Ограниченность и непрерывность линейных операторов. Норма линейного оператора. Теорема о продолжении линейного оператора.</p> <p>2. Пространство линейных непрерывных операторов; теорема о его полноте. Сходимость последовательностей линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Условие поточечной сходимости последовательности линейных операторов.</p> <p>3. Непрерывно обратимые операторы. Две теоремы об операторах, близких к непрерывно обратимым операторам.</p> <p>4. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала.</p> <p>5. Теорема Ф.Рисса об общем виде линейного непрерывного</p>
-----	---------	----------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

			<p>функционала в гильбертовом пространстве.</p> <p>6. Сопряженное пространство и его полнота. Второе сопряжённое пространство, каноническое вложение; понятие о рефлексивном пространстве.</p> <p>Раздел 4. Самосопряженные операторы и их приложения.</p> <p>1. Сопряжённый оператор. Свойства самосопряженных операторов.</p> <p>2. Вполне непрерывные линейные операторы. Интегральные операторы.</p> <p>3. Существование ненулевого собственного значения у самосопряженного вполне непрерывного оператора.</p> <p>4. Теорема Гильберта-Шмидта.</p>
<b>5.2. Перечень работ, выполняемых по дисциплине (Курсовая работа, Курсовой проект, РГР, Реферат, ЛР, ПР и т.п.)</b>			
Код работы	Название работы	Проверяемые индикаторы компетенций	Содержание работы
P1	Индивидуальное домашнее задание №1 "Метрические и линейные нормированные пространства".	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	Решение задач по данной теме
P2	Индивидуальное домашнее задание №2 "Гильбертово пространство".	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	Решение задач по данной теме
P3	Индивидуальное домашнее задание №3 "Линейные непрерывные операторы и функционалы".	ОПК-1-У1;ОПК-1-В1;УК-1-У1;УК-1-В1	Решение задач по данной теме
P4	Индивидуальное домашнее задание №4 "Самосопряженные операторы и их приложения."	УК-1-У1;УК-1-В1;ОПК-1-У1;ОПК-1-В1	Решение задач по данной теме
<b>5.3. Оценочные материалы, используемые для экзамена (описание билетов, тестов и т.п.)</b>			
<p>Для проведения экзамена используются билеты, состоящие из 6 заданий , включающих теоретические вопросы (перечень указан выше) и практические задачи (подобные задачам, рассматриваемым в практическом курсе).</p> <p>Билеты утверждены заведующим кафедрой и хранятся на кафедре.</p> <p>Оценочные материалы дублируются на странице данного курса в системе электронной поддержки обучения LMS Canvas (сайт <a href="https://lms.misis.ru/courses/">https://lms.misis.ru/courses/</a>), доступной через личный кабинет обучающегося.</p> <p>Экзамен проводится с использованием системы электронной поддержки обучения LMS Canvas (сайт <a href="https://lms.misis.ru/courses/">https://lms.misis.ru/courses/</a>), а также платформ для организаций видео конференций Zoom (сайт <a href="https://zoom.us/ru-ru/meetings.html">https://zoom.us/ru-ru/meetings.html</a>), Microsoft Teams (сайт <a href="https://www.microsoft.com/ru-ru/microsoft-365/microsoft-teams/group-chat-software">https://www.microsoft.com/ru-ru/microsoft-365/microsoft-teams/group-chat-software</a>).</p>			

#### 5.4. Методика оценки освоения дисциплины (модуля, практики. НИР)

Итоговая оценка по результатам освоения дисциплины носит интегральный характер и формируется в течение всего семестра. С этой целью используется балльно-рейтинговая система (БРС) контроля успеваемости студента. Текущие оценочные мероприятия каждого семестра составляют от 0 до 35 баллов. Итоговые оценочные знания (экзамен) составляют от 0 до 65 баллов.

Итоговая оценка за каждый семестр обучения студента формируется согласно шкале:

от 0 до 35 баллов соответствует оценке "неудовлетворительно",

от 36 до 59 баллов соответствует оценке "удовлетворительно",

от 60 до 79 баллов соответствует оценке "хорошо",

от 80 до 100 баллов соответствует оценке "отлично".

Баллы за выполнение текущих контрольных мероприятий каждого семестра выставляются следующим образом:

Контрольные работы (КР) - максимум 15 баллов за все КР.

Индивидуальные домашние задания (ИДЗ) и лабораторные работы (ЛР) (при необходимости с защитой) – максимум 12 баллов за все ИДЗ и ЛР.

За активное посещение практических и лекционных занятий в семестре – максимум 8 баллов.

Баллы за выполнение экзаменационного билета каждого семестра выставляются следующим образом:

решение практической части билета оценивается от 0 до 50 баллов;

ответы на теоретические вопросы оцениваются от 0 до 15 баллов.

### 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

#### 6.1. Рекомендуемая литература

##### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
Л1.1	Люстерник Л. А., Соболев В. И.	Элементы функционального анализа	Электронная библиотека	Москва: Наука, 1965
Л1.2	Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С.	Задачи и упражнения по функциональному анализу: учеб. пособие для студ. ун-тов	Библиотека МИСиС	М.: Физматлит, 2002
Л1.3	Треногин В. А.	Функциональный анализ: Учебник для студ. по спец. 'Математика' и 'Прикладная математика'	Библиотека МИСиС	М.: Физматлит, 2002
Л1.4	Гопенгауз И. Е.	Высшая математика. Функциональный анализ: учеб. пособие	Библиотека МИСиС	М.: Изд-во МИСиС, 2008

##### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
Л2.1	Гопенгауз И. Е.	Высшая математика. Функциональный анализ: учеб. пособие	Электронная библиотека	М.: Изд-во МИСиС, 2011

##### 6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Библиотека	Издательство, год
Л3.1	Гопенгауз И. Е.	Высшая математика. Элементы функционального анализа: курс лекций	Электронная библиотека	М.: Изд-во МИСиС, 2007
Л3.2	Шаронов А. В., Маркарян А. О.	Прикладной функциональный анализ (N 3619): практикум	Электронная библиотека	М.: [МИСиС], 2019

#### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Э1	Система электронной поддержки обучения LMS Canvas	<a href="https://lms.misis.ru">https://lms.misis.ru</a>
Э2	Электронная библиотека НИТУ "МИСиС"	<a href="http://elibrary.misis.ru/login.php">http://elibrary.misis.ru/login.php</a>

#### 6.3 Перечень программного обеспечения

П.1	Microsoft Office
П.2	LMS Canvas

**6.4. Перечень информационных справочных систем и профессиональных баз данных**

И.1	1) Zentralblatt MATH - реферативная математическая база данных:
И.2	<a href="https://zbmath.org/">https://zbmath.org/</a>
И.3	2) Springerlink – преимущественно научно-технические журналы, книги и справочные материалы по математике:
И.4	<a href="https://link.springer.com/search?facet-discipline=%22Mathematics%22">https://link.springer.com/search?facet-discipline=%22Mathematics%22</a>

**7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

Ауд.	Назначение	Оснащение
Любой корпус Мультимедийная	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и/или для проведения практических занятий:	комплект учебной мебели до 36 мест для обучающихся, мультимедийное оборудование, магнитно-маркерная доска, рабочее место преподавателя, ПКс доступом к ИТС «Интернет», ЭИОС университета через личный кабинет на платформе LMS Canvas, лицензионные программы MS Office, MS Teams, ESET Antivirus
Любой корпус Учебная аудитория	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа и/или для проведения практических занятий:	доска, комплект учебной мебели на 30 посадочных мест
Читальный зал №4 (Б)		комплект учебной мебели на 20 рабочих мест, компьютеры с подключением к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду университета
Читальный зал электронных ресурсов		комплект учебной мебели на 55 мест для обучающихся, 50 ПК с доступом к ИТС «Интернет», ЭИОС университета через личный кабинет на платформе LMS Canvas, лицензионные программы MS Office, MS Teams, ESET Antivirus.

**8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Эффективное освоение дисциплины предполагает регулярное посещение всех видов аудиторных занятий, выполнение плана самостоятельной работы в полном объеме и прохождение аттестации в соответствии с календарным учебным графиком. Обучающемуся рекомендуется ознакомиться со списком основной и дополнительной литературы, взять в библиотеке издания (необходимо иметь при себе персонифицированную электронную карту и уметь пользоваться электронным каталогом). Доступ к информационным ресурсам библиотеки и информационно-справочным системам сети «Интернет» организован в читальных залах библиотеки, в помещениях для самостоятельной работы обучающихся со стационарных ПЭВМ, либо с личного ПЭВМ (ноутбука, планшетного компьютера или иного мобильного устройства) посредством беспроводного доступа при активации индивидуальной учетной записи. Пользование информационными ресурсами расширяет возможности освоения теоретического курса, выполнения самостоятельной работы и позволяет получить информацию для реализации творческих образовательных технологий. Комплект учебно-методических материалов по всем видам учебной деятельности, предусмотренным рабочей программой дисциплины (модуля), размещен на странице данного курса в системе электронной поддержки обучения LMS Canvas (сайт <https://lms.misis.ru>), доступной через личный кабинет обучающегося.

Самостоятельная работа, связанная с выполнением индивидуальных домашних заданий организована таким образом, чтобы обучающийся имел возможность получать обратную связь о результатах их выполнения по мере готовности до начала промежуточной аттестации. Для этого контрольные работы, индивидуальные домашние задания направляются в адрес преподавателя, который проверяет их и возвращает обучающемуся с комментариями.

Совместная деятельность преподавателя и обучающихся по проверке выполнения мероприятий текущего контроля, предусмотренных рабочей программой дисциплины (модуля) организована в системе электронной поддержки обучения LMS Canvas (сайт <https://lms.misis.ru>). Для корректной работы в системе обучающиеся должны ввести актуальный адрес своей электронной почты.

При выполнении самостоятельной работы обучающемуся рекомендуется руководствоваться учебно-методическими материалами, размещенными на странице данного курса в системе электронной поддержки обучения LMS Canvas (сайт <https://lms.misis.ru>), а также учебно-методическими материалами, которые указаны для самостоятельной работы по темам дисциплины в разделе РПД "Структура и содержание".